

Домаћи рад и задатке из наставне јединице 3 шаљите сви истог дана **03.03.2020.** на maja.djokic.matematika@gmail.com

Наставна јединица за четврто 1 за 23.03-27.03

1. Примена одређеног интеграла на одређивање запремине ротационог тела

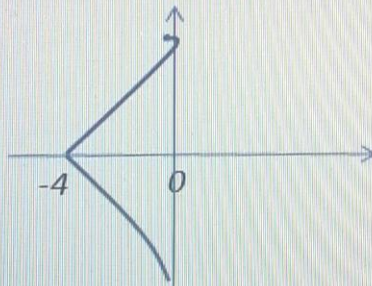
Запремина обртног тела: Нека је раван xOy дат криволиниски трапез F ограничен непрекидном и позитивном функцијом $f(x)$, $a \leq x \leq b$ и нека тело Φ настаје обртањем фигуре F око осе Ox .

Тада је запремина тела: $V(\Phi) = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

373. а) $y^2 = (x + 4)^3, x = 0$

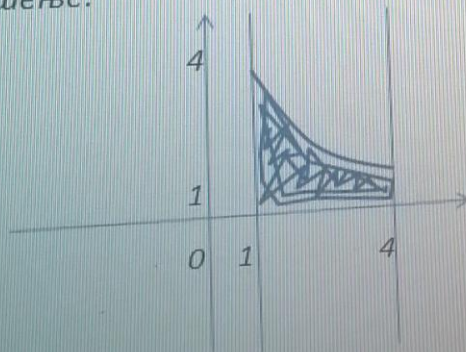
Решење:

$$V = \pi \int_{-4}^0 (x + 3)^3 dx = \begin{cases} \text{смена} \\ x + 4 = t \\ dx = dt \end{cases} = \pi \int_0^4 t^3 dt = 64\pi$$



б) $xy=4, x=1, x=4, y=0$

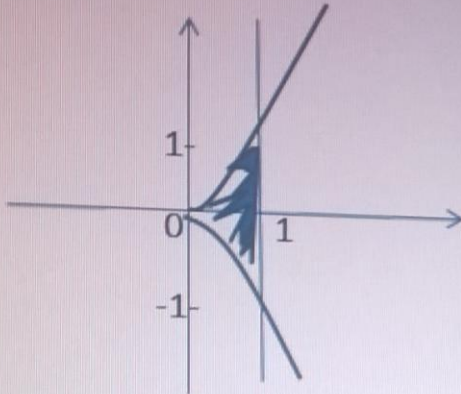
Решење:



$$V = \pi \int_1^4 \frac{16}{x^2} dx = 12\pi$$

B) $y^2 = x^3, y=0, x=1$

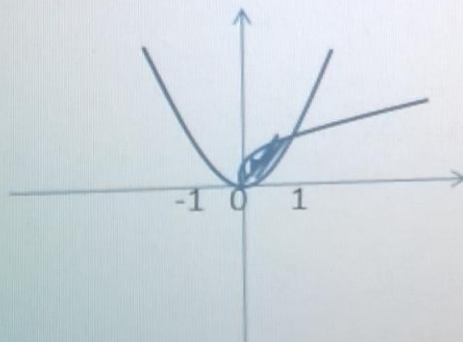
Решење:



$$V = \pi \int_0^1 x^3 dx = \frac{\pi}{4}$$

Г) $y=x^2, y = \sqrt{x}$

Решење:



$$V = \pi \int_0^1 (x - x^4) dx = \frac{3\pi}{10}$$

Задатак за домаћи рад: 373д)

2. Примена одређеног интеграла на израчунавање дужине лука криве.

Дужина лука криве: Нека крива l у равни xOy представља график функције $f(x)$, $x \in [a, b]$. Ако је $f(x)$ непрекидна функција на $[a, b]$ тада део криве l ограничен тачкама $(a, f(a))$ и $(b, f(b))$ има дужину

$$S(l) = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

368.б) $y^2 = x^3$

Решење: $y'^2 = \frac{9x}{4}$

$$S(l) = \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{9x}{4}} dx = \begin{cases} \text{смена:} \\ 4 + 9x = t = \frac{8}{27} (10\sqrt{10} - 1) \\ 9dx = dt \end{cases}$$

Д) $y = \ln(1-x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

Решење: $y' = \frac{1}{1-x^2} (-2x)$

$$\begin{aligned} S(l) &= \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \frac{4x^2}{(1-x^2)^2}} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1+2x^2+x^4}}{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+x^2}{1-x^2} dx \\ &= \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{1-x^2} + \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1-1}{1-x^2} dx = \ln 3 - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Задатак за **домаћи рад**: 368 б)

3. Систематизација теме

Решићете следеће задатке који су различите тежине:

1. Израчунати: $\int \sqrt{1-x^2} dx$

2. Израчунати: $\int (2x-6)^5 dx =$

3. Израчунати: $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$

4. Израчунати: $\int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx =$

5. Израчунати: $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$

4. Увод у комбинаторику, основна правила комбинаторике (правило збира и разлике)

Предмет комбинаторике јесте распоређивање елемената у коначним скуповима.

Нека су A_1, A_2, \dots, A_n непразни коначни скупови. Означимо са $|A|$ број елемената скупа A .

Правило збира: Ако је за све $i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, A_i \cap A_j = \emptyset$ тада је $|A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n|$

Правило производа: Број елемената Декартовог производа је $|A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \dots \cdot |A_n|$

Пример: Колико постоји различитих низова битова 0 и 1 дужине 8?

Решење: Сваки од 8 битова може да се изабере на два начина (или 0 или 1), па примењујући правило производа лако уочавамо да постоји укупно $2^8=256$ различитих низова битова дужине 8.

Основни проблем који ћемо разматрати могао би овако да се формулише: ако је прописан неки распоред одредити колико има свих таквих распореда. При томе разликујемо неке основне распореде који имају своја имена.

Илустроваћемо их примером.

Пример: Нека је $S = \{A, B, C\}$. Решавамо следећа три проблема:

- 1) Колико се трочланих низова, са међусобно различитим елементима, може формирати од елемената скупа S ?
- 2) Колико се двочланих низова, са међусобно различитим елементима, може формирати од елемената скупа S ?
- 3) Ако су A, B, C три тачке неке равни које не припадају једној правој, колико је дужи одређено овим тачкама?

Решење: 1) (A, B, C) (A, C, B) (B, A, C) (B, C, A) (C, A, B) (C, B, A) има их 6

2) (A, B) (B, A) (A, C) (C, A) (B, C) (C, B) има их 6

3) (A, B) или (B, A) , (A, C) (B, C) има их 3

У случају 1) реч је о пермутацијама, у случају 2) реч је о варијацијама и у случају 3) реч је о комбинацијама.

У једном мејлу шаљете цео домаћи и наведите у наслову мејла који домаћи (ово је 2). На пример **четврто1_домаћи2**